

## Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики. 2022 рік. 9 клас. 3 тур

1. Чи можна розставити 14 слонів, що не б'ють один одного, на крайні поля шахівниці так, щоб уздовж кожної сторони дошки стояло порівну слонів?
2. Розв'яжіть у натуральних числах рівняння  $a^2 + b + 3 = (b^2 - c^2)^2$ .
3. Дано нерівносторонній трикутник  $ABC$  з центром вписаного кола  $I$ . На стороні  $BC$  відмічено точку  $D$  так, що описане коло трикутника  $BID$  вдруге перетинає відрізок  $AB$  в точці  $E$ , а описане коло трикутника  $CID$  вдруге перетинає відрізок  $AC$  в точці  $F$ . Описане коло трикутника  $DEF$  вдруге перетинає  $AB$  та  $AC$  у точках  $M$  та  $N$  відповідно. Прямі  $IB$  і  $DE$  перетинаються в точці  $P$ , а  $IC$  і  $DF$  – в точці  $Q$ . Доведіть, що прямі  $EN$ ,  $FM$  та  $PQ$  паралельні.
4. Знайдіть усі нескінченні послідовності натуральних чисел  $\{a_1, a_2, \dots\}$ , які задовольняють рівність

$$a_{n+1}^2 = 1 + (n + 2021)a_n$$

для будь-яких натуральних  $n$ .