

Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики. 2023 рік. 11 клас. 2 тур

1. Знайдіть усі натуральні n , для яких існує натуральне m таке, що числа $m(n^2 + 1)$ і $m^2(n + 3)$ є кубами натуральних чисел.
2. Яка найменша кількість кольорів потрібна для того, щоб можна було пофарбувати кожен клітинку квадрату 4×4 в один з цих кольорів так, щоб у кожному L -тетраміно всі клітинки були різного кольору?
3. У вписаному чотирикутнику $ABCD$ центр описаного кола лежить всередині чотирикутника, а діагоналі перетинаються в точці T . Точки M, K – середини сторін AB та CD . Через точки M, K, T проведено прямі, перпендикулярні до AC, BD, BC відповідно. Доведіть, що ці три прямі перетинаються в одній точці.
4. Знайдіть першу цифру після коми в десятковому записі наступного числа:

$$\frac{2}{3 \cdot 6} + \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 6 \cdot 9} + \frac{2 \cdot 5 \cdot 8}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot 12} + \dots + \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \dots \cdot 2015}{3 \cdot 6 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 2019}.$$