

Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики. 2022 рік. 9 клас. 2 тур

1. Знайдіть усі значення параметра a , за яких добуток одного з коренів рівняння $|ax|x + x + 6 = 0$ та одного з коренів рівняння $|2ax|x + (a + 2)x - a = 0$ дорівнює 1.
2. У трикутнику ABC проведено бісектрису BN . Точка M – середина сторони AC . Точки A_1 та C_1 обрано на відріжку BN так, що $AN = NA_1$ і $NC = NC_1$. Прямі AA_1 та CC_1 перетинаються в точці E , а пряма ME перетинає відрізок BC в точці F . Доведіть, що $AB + BF = FC$.
3. Для яких натуральних $n > 3$ можна записати n дійсних чисел по колу так, щоб виконувалися наступні умови:
 - 1) для будь-яких трьох чисел x, y, z , що стоять поспіль за годинниковою стрілкою (саме в такому порядку), виконується рівність $x = |y - z|$;
 - 2) сума всіх написаних чисел дорівнює 1?
4. Нехай N – деяке натуральне число. Будемо називати натуральне число *маленьким*, якщо воно не перевищує N . Наталка виписала на дошку 1000 маленьких чисел. Вона помітила, що жодне з виписаних чисел не ділиться на інше, але якщо дописати на дошку ще одне довільне маленьке число, ця властивість порушиться. Доведіть, що серед усіх маленьких чисел не більше 1000 простих.