

## Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики. 2022 рік. 8 клас. 2 тур

1. В ряд розташовано  $n$  купок по одному камінцю в кожній. За один хід можна обрати дві купки, об'єднати їх в одну, і в об'єднану купку додати ще один камінець. Чи існує таке натуральне  $n$ , для якого можна здійснити декілька операцій так, щоб наприкінці залишилася одна купка з 1000 камінцями, і більше нічого?

2. Дійсні числа  $a$ ,  $b$  і  $c$  задовольняють рівність  $ab + bc + ca = 1$ . Яких значень може набувати вираз

$$\frac{a(b^2 + 1)}{a + b} + \frac{b(c^2 + 1)}{b + c} + \frac{c(a^2 + 1)}{c + a} ?$$

3. Натуральні числа  $m$  та  $n$  такі, що добуток усіх натуральних дільників числа  $m$  дорівнює добутку усіх натуральних дільників числа  $n$ . Доведіть, що  $m = n$ .

4. Дано рівнобедрену трапецію  $ABCD$  з основами  $AD$  і  $BC$  ( $AD > BC$ ). Коло з центром у точці  $I$  дотикається до відрізка  $BD$ , до прямої  $AC$  та до продовження  $AD$  за точку  $D$ . Коло з центром у точці  $J$  дотикається до відрізка  $AC$ , до прямої  $BD$  і до продовження  $BC$  за точку  $C$ . Доведіть, що  $IC = JD$ .