

## Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики. 2022 рік. 8 клас. 1 тур

1. У квартирі живуть двоногі люди, чотириногі коти, шестиногі таргани та восьминогі павуки, причому всі види присутні. Відомо, що павуків удвічі більше, ніж людей, а середня кількість ніг у всіх істот є цілим числом. Яких істот у квартирі більше за всіх?
2. У трикутнику  $ABC$  точка  $I$  – центр вписаного кола. Прямі  $BI$  та  $CI$  перетинають описане коло трикутника  $ABC$  в точках  $P$  і  $Q$  відповідно. Пряма  $PQ$  перетинає сторони  $AB$  і  $AC$  в точках  $K$  і  $L$  відповідно. Доведіть, що  $AKIL$  – ромб.
3. Василько намалював на великому аркуші паперу прямокутник  $43 \times 47$ . У клітинки цієї таблиці він розставляє числа 1 та 2, а потім для кожного рядка та кожного стовпчика обчислює суму записаних у ньому чисел. Після цього Василько підраховує найбільший спільний дільник отриманих 90 чисел. Яке найбільше число він може отримати в результаті?
4. Сума дійсних чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{2021}$  дорівнює 2. Виявилось, що для будь-якого натурального  $k$  від 1 до 2021 з цих чисел можна вибрати  $k$  чисел з цілою сумою. Яке найменше значення може приймати найбільше з цих чисел?