

8 клас

1. Аркадій замовив курячі нагетси та цибулеві кільця. Він настільки зголоднів, поки чекав доставку, що одразу після отримання з'їв п'яту частину замовлених нагетсів. Після цього в коробці залишилося у півтора рази більше цибулевих кілець, ніж нагетсів. Його брат Микола згадав, що нікуди не планує йти, тому з'їв аж 44 цибулеві кільця. Після цього в коробці кілець стало в 2,5 рази менше, ніж нагетсів. Скільки нагетсів замовив Аркадій? Відповідь обґрунтуйте.

2. Додатні числа x , y та a задовольняють рівність $x^3 + y^3 = axy$. Доведіть, що $x + y \leq a$.

3. Старанний Петрик записав у зошит поспіль усі числа від 1 до 2022, а потім з отриманого числа викреслив усі цифри 8. Чи ділиться на 3 число, яке отримав Петрик? Відповідь обґрунтуйте.

4. У гострокутному трикутнику ABC точка O є центром описаного кола. Точка B_1 симетрична точці B відносно сторони AC . Прямі AO і B_1C перетинаються у точці K . Доведіть, що промінь KA є бісектрисою кута BKB_1 .

5. Алфавіт інопланетного племені «У-ФО» складається з $n > 1$ букв, а словом у їхній мові є будь-яка скінченна послідовність букв, у якій будь-які дві сусідні букви різні. Слово в мові «У-ФО» є *архаїчним*, якщо з нього не можна викреслити всі букви, окрім деяких чотирьох, так, щоб залишилася послідовність $aabb$, де a, b – довільні дві різні букви. Знайдіть найбільшу можливу кількість букв у архаїчному слові. Відповідь обґрунтуйте.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 4 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися (починаючи з 31 січня) за тел. 707-52-70 та на сайті sites.google.com/view/kharkiv-math-olymp

8 клас

1. Аркадій замовив курячі нагетси та цибулеві кільця. Він настільки зголоднів, поки чекав доставку, що одразу після отримання з'їв п'яту частину замовлених нагетсів. Після цього в коробці залишилося у півтора рази більше цибулевих кілець, ніж нагетсів. Його брат Микола згадав, що нікуди не планує йти, тому з'їв аж 44 цибулеві кільця. Після цього в коробці кілець стало в 2,5 рази менше, ніж нагетсів. Скільки нагетсів замовив Аркадій? Відповідь обґрунтуйте.

2. Додатні числа x , y та a задовольняють рівність $x^3 + y^3 = axy$. Доведіть, що $x + y \leq a$.

3. Старанний Петрик записав у зошит поспіль усі числа від 1 до 2022, а потім з отриманого числа викреслив усі цифри 8. Чи ділиться на 3 число, яке отримав Петрик? Відповідь обґрунтуйте.

4. У гострокутному трикутнику ABC точка O є центром описаного кола. Точка B_1 симетрична точці B відносно сторони AC . Прямі AO і B_1C перетинаються у точці K . Доведіть, що промінь KA є бісектрисою кута BKB_1 .

5. Алфавіт інопланетного племені «У-ФО» складається з $n > 1$ букв, а словом у їхній мові є будь-яка скінченна послідовність букв, у якій будь-які дві сусідні букви різні. Слово в мові «У-ФО» є *архаїчним*, якщо з нього не можна викреслити всі букви, окрім деяких чотирьох, так, щоб залишилася послідовність $aabb$, де a, b – довільні дві різні букви. Знайдіть найбільшу можливу кількість букв у архаїчному слові. Відповідь обґрунтуйте.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 4 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися (починаючи з 31 січня) за тел. 707-52-70 та на сайті sites.google.com/view/kharkiv-math-olymp