

7 клас

1. Гриць готується до дня Святого Валентина та має 5000 грн на подарунки всім своїм подругам. У магазині продаються подарункові набори цукерок по 45 грн за штуку. Для того, щоб донести ці набори додому, Грицю також потрібно купити декілька сумок по 30 грн за штуку. В одну сумку може вміститися не більше 30 наборів. Гриць купив найбільшу можливу кількість наборів та декілька сумок, щоб донести всі набори додому. Скільки грошей залишилось у Гриця? Відповідь обґрунтуйте.

2. Родина складається з Марічки, її брата Тараса, мами, тата й бабусі. Вони вирішили поїхати на дачу на своїй машині, в якій є рівно 5 місць: два місця попереду та три місця у другому ряду. Відомо, що водійські посвідчення є тільки у мами й тата, при цьому дітям заборонено сидіти на передньому сидінні, а Марічка та її тато не бажають сидіти поруч з бабусею. Скільки в них є способів сісти в машину? Відповідь обґрунтуйте. *Люди сидять поруч, якщо вони сидять у одному ряду і між ними ніхто не сидить.*

3. На продовженні сторони AB за точку B рівнобедреного трикутника ABC ($AB = AC$) відмічено точку P так, що $AB = BP$. На продовженні сторони BC за точку C відмічено точку Q так, що $BC = CQ$. Пряма PC перетинає відрізок AQ у точці N . Доведіть, що $CN = NQ$.

4. Василько записав собі у зошит шість попарно різних цифр. Потім він склав з них два трицифрові числа, використавши кожен з шести цифр рівно один раз. Виявилось, що сума цих двох чисел дорівнює 533. Чому може дорівнювати сума шести записаних цифр? Знайдіть усі варіанти та доведіть, що інших немає.

5. Гаррі та Герміона допомагають Рону позбавитись гномів у саду. Герміона кожним помахом чарівної палички викидає з саду рівно половину всіх гномів, які там є, та ще одного. Гаррі – рівно третину гномів, що там знаходяться, та ще двох, а Рон – чверть гномів, що є у саду, та ще трьох. Друзі діють по черзі в такому порядку, як вважають за потрібне. Якщо ніхто з них не може зробити дію, тому що кількість гномів стане нецілою, усі гноми повертаються назад. Чи зможуть Гаррі, Рон та Герміона позбутись усіх гномів, якщо відомо, що їх у саду рівно 20^{22} ? Відповідь обґрунтуйте.

7 клас

1. Гриць готується до дня Святого Валентина та має 5000 грн на подарунки всім своїм подругам. У магазині продаються подарункові набори цукерок по 45 грн за штуку. Для того, щоб донести ці набори додому, Грицю також потрібно купити декілька сумок по 30 грн за штуку. В одну сумку може вміститися не більше 30 наборів. Гриць купив найбільшу можливу кількість наборів та декілька сумок, щоб донести всі набори додому. Скільки грошей залишилось у Гриця? Відповідь обґрунтуйте.

2. Родина складається з Марічки, її брата Тараса, мами, тата й бабусі. Вони вирішили поїхати на дачу на своїй машині, в якій є рівно 5 місць: два місця попереду та три місця у другому ряду. Відомо, що водійські посвідчення є тільки у мами й тата, при цьому дітям заборонено сидіти на передньому сидінні, а Марічка та її тато не бажають сидіти поруч з бабусею. Скільки в них є способів сісти в машину? Відповідь обґрунтуйте. *Люди сидять поруч, якщо вони сидять у одному ряду і між ними ніхто не сидить.*

3. На продовженні сторони AB за точку B рівнобедреного трикутника ABC ($AB = AC$) відмічено точку P так, що $AB = BP$. На продовженні сторони BC за точку C відмічено точку Q так, що $BC = CQ$. Пряма PC перетинає відрізок AQ у точці N . Доведіть, що $CN = NQ$.

4. Василько записав собі у зошит шість попарно різних цифр. Потім він склав з них два трицифрові числа, використавши кожен з шести цифр рівно один раз. Виявилось, що сума цих двох чисел дорівнює 533. Чому може дорівнювати сума шести записаних цифр? Знайдіть усі варіанти та доведіть, що інших немає.

5. Гаррі та Герміона допомагають Рону позбавитись гномів у саду. Герміона кожним помахом чарівної палички викидає з саду рівно половину всіх гномів, які там є, та ще одного. Гаррі – рівно третину гномів, що там знаходяться, та ще двох, а Рон – чверть гномів, що є у саду, та ще трьох. Друзі діють по черзі в такому порядку, як вважають за потрібне. Якщо ніхто з них не може зробити дію, тому що кількість гномів стане нецілою, усі гноми повертаються назад. Чи зможуть Гаррі, Рон та Герміона позбутись усіх гномів, якщо відомо, що їх у саду рівно 20^{22} ? Відповідь обґрунтуйте.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 4 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися (починаючи з 31 січня) за тел. 707-52-70 та на сайті sites.google.com/view/kharkiv-math-olymp

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 4 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися (починаючи з 31 січня) за тел. 707-52-70 та на сайті sites.google.com/view/kharkiv-math-olymp