

Олімпіада з математики ХФМЛ №27, 2021 р., 8 клас

1. Одного разу Василь взяв з дому 100 грн та пішов разом зі своєю подружкою Надійкою в магазин, де продають два види морозива: пломбір і каштан. Василь порахував, що грошей їм вистачить рівно на три каштани й чотири пломбіри. Надійка ж зауважила, що за ці ж гроші вони можуть купити на одне морозиво більше, адже 100 грн вистачає рівно на два каштани та шість пломбірів. А яку максимальну кількість порцій морозива вони могли купити за цю суму грошей?
2. Знайдіть усі тризначні числа, що дорівнюють подвоєній сумі трьох двозначних чисел, які можна одержати з початкового числа викреслюванням першої, другої та третьої цифри відповідно.
3. Натуральне число n має щонайменше шість натуральних дільників. Нехай $1 < a < b$ – це три найменших, а $c < d < n$ – три найбільших дільники числа n . Чи могло так статися, що $b - a > d - c$?
4. У трикутнику ABC кут C є прямим. Нехай AM – це медіана трикутника, а D – це середина AM . Виявилось, що кути CAD і CBD дорівнюють один одному. Якими можуть бути величини цих кутів?
5. На дошці 20×20 відмічено $n \geq 1$ клітинок. Виявилось, що для будь-якої відміченої клітинки серед 38 клітинок, що знаходяться в одному рядку або в одному стовпчику з нею, принаймні 20 відмічених. Знайдіть найменше можливе значення n .