

Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики. 2021 рік. 9 клас. 1 тур

1. Дві останні цифри числа n дорівнюють 3. Доведіть, що u n є простий дільник, більший за 7.
2. У трикутнику ABC рівні сторони AB та AC , а BH – висота цього трикутника. Точка D , що лежить на відрізку BH , задовольняє рівності $AB = 2BD$ та $BC = 2CD$. Знайдіть величину кута BCD .
3. Дійсні числа a_1, a_2, \dots, a_{100} такі, що

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{100}^2 + (a_1 + a_2 + \dots + a_{100})^2 = 101.$$

Доведіть, що $|a_k| \leq 10$ для кожного $1 \leq k \leq 100$.

4. Петрик та Василько грають у гру на дошці 100×100 . Спочатку всі клітинки дошки білі. Кожним своїм ходом Петрик зафарбовує в синій колір одну чи декілька клітин, що стоять посліпль по діагоналі. Кожним своїм ходом Василько зафарбовує в жовтий колір одну чи декілька клітин, що стоять посліпль по вертикалі. Першим ходить Петрик. Програє той, хто не може зробити хід. Вдруге замальовувати одну й ту саму клітинку не можна. Хто з гравців виграє за правильної гри?