

8 клас

1. Використовуючи кожен з цифр від 0 до 9 рівно один раз, запишіть у рядок 5 натуральних чисел таким чином, щоб друге число ділилося на перше, третє число ділилося на друге, четверте ділилося на третє, а п'яте ділилося на четверте. Достатньо навести один приклад.

2. Три велосипедисти стартували одночасно з однієї точки кола в одному напрямку і фінішували також одночасно в цій точці. При цьому перший обганяв третього 8 разів, а другий обганяв третього 2 рази. (Швидкості велосипедистів стали, зустрічі в моменти старту і фінішу не вважаються обгонами). Швидкість першого дорівнює 30 км/год, швидкість другого — 20 км/год. Знайдіть швидкість третього велосипедиста. Відповідь обґрунтуйте.

3. За круглим столом сидять 10 людей. Кожен з них знає рівно трьох з дев'яти інших: своїх сусідів та того, хто сидить навпроти нього. Знайдіть кількість способів розбити цих 10 людей на 5 пар таким чином, щоб в кожній парі люди були знайомі між собою. Відповідь обґрунтуйте.

4. Нехай $s(n)$ і $c(n)$ — кількість натуральних дільників n , які є точними квадратами і точними кубами відповідно. Число називається *врівноваженим*, якщо $s(n) = c(n) > 1$. Знайдіть кількість врівноважених чисел, які не перевищують 100. Відповідь обґрунтуйте.

5. У трикутнику ABC на медіані BM обрано точку K таким чином, що $CK = CM$. Відомо, що $\angle CBM = 2\angle ABM$. Доведіть, що $BC = MK$.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 3,5 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Умови та розв'язки задач олімпіади та результати учасників можна знайти за адресою <https://sites.google.com/view/kharkiv-math-olymp/>
Апеляція відбудеться 23 грудня з 15¹⁵ до 16³⁰ в ауд. 6-52.

8 клас

1. Використовуючи кожен з цифр від 0 до 9 рівно один раз, запишіть у рядок 5 натуральних чисел таким чином, щоб друге число ділилося на перше, третє число ділилося на друге, четверте ділилося на третє, а п'яте ділилося на четверте. Достатньо навести один приклад.

2. Три велосипедисти стартували одночасно з однієї точки кола в одному напрямку і фінішували також одночасно в цій точці. При цьому перший обганяв третього 8 разів, а другий обганяв третього 2 рази. (Швидкості велосипедистів стали, зустрічі в моменти старту і фінішу не вважаються обгонами). Швидкість першого дорівнює 30 км/год, швидкість другого — 20 км/год. Знайдіть швидкість третього велосипедиста. Відповідь обґрунтуйте.

3. За круглим столом сидять 10 людей. Кожен з них знає рівно трьох з дев'яти інших: своїх сусідів та того, хто сидить навпроти нього. Знайдіть кількість способів розбити цих 10 людей на 5 пар таким чином, щоб в кожній парі люди були знайомі між собою. Відповідь обґрунтуйте.

4. Нехай $s(n)$ і $c(n)$ — кількість натуральних дільників n , які є точними квадратами і точними кубами відповідно. Число називається *врівноваженим*, якщо $s(n) = c(n) > 1$. Знайдіть кількість врівноважених чисел, які не перевищують 100. Відповідь обґрунтуйте.

5. У трикутнику ABC на медіані BM обрано точку K таким чином, що $CK = CM$. Відомо, що $\angle CBM = 2\angle ABM$. Доведіть, що $BC = MK$.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 3,5 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Умови та розв'язки задач олімпіади та результати учасників можна знайти за адресою <https://sites.google.com/view/kharkiv-math-olymp/>
Апеляція відбудеться 23 грудня з 15¹⁵ до 16³⁰ в ауд. 6-52.