

11 класс

1. Денис и Саша встретились на трамвайной остановке A . Они решили не ждать трамвая, и вместе пошли с постоянной скоростью вдоль рельсов к следующей остановке B . Когда они прошли ровно $1/3$ пути между этими остановками, то, оглянувшись назад, заметили приближающийся к остановке A трамвай. Денис развернулся и с той же скоростью пошёл к остановке A , добравшись до неё в тот момент, когда трамвай там остановился. Саша же продолжил с той же скоростью двигаться к остановке B и добрался до неё одновременно с трамваем. Известно, что скорость трамвая была ровно в 5 раз больше скорости движения каждого из ребят, и что на остановке A трамвай стоял ровно 1 минуту. За сколько минут Саша дошел от остановки A до остановки B ? Ответ обоснуйте.

2. Квадратные трёхчлены $f(x)$ и $g(x)$ таковы, что $\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{f(3)}{g(3)} = 2$. Найдите $f(1)$, если известно, что $g(1) = 2$, $f(5) = 7$ и $g(5) = 2$. Ответ обоснуйте.

3. Решите в натуральных числах уравнение $a^2 - 5b^2 = 8c^2$.

4. Прямая l , параллельная стороне BC треугольника ABC , пересекает его стороны AB и AC в точках D и E соответственно. Описанная окружность треугольника ABC пересекает прямую l в точках F и G , причём точки F , D , E и G расположены на прямой l именно в таком порядке. Описанные окружности треугольников FEB и DGC пересекаются в точках P и Q . Докажите, что точки A , P и Q лежат на одной прямой.

5. Дано множество A из $n \geq 5$ элементов. Найдите минимальное k со следующим свойством: для любых 10 трёхэлементных подмножеств A существует раскраска элементов A в k цветов такая, что никакое выбранное трёхэлементное подмножество не содержит трёх одноцветных элементов. Ответ обоснуйте.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

На выполнение заданий отводится 3,5 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная с 22 октября) или .

Апелляция состоится 22 октября с 15¹⁰ до 17⁰⁰ в ауд. 6-52.

Условия и решения задач олимпиады и результаты можно будет найти в интернете по адресу sites.google.com/site/kharkivolimp/

11 клас

1. Денис та Сашко зустрілися на трамвайній зупинці A . Вони вирішили не чекати трамвай, та разом пішли з постійною швидкістю вздовж колій до наступної зупинки B . Коли вони пройшли рівно $1/3$ шляху між цими зупинками, то, озирнувшись назад, помітили трамвай, що наближався до зупинки A . Денис розвернувся й з тією ж швидкістю пішов до зупинки A , та дістався до неї у той момент, коли трамвай там зупинився. Сашко ж продовжив з тією ж швидкістю рухатись до зупинки B й дістався до неї одночасно з трамваем. Відомо, що швидкість трамваю була рівно у 5 разів більшою за швидкість руху кожного з хлопців, та що на зупинці A трамвай стояв рівно 1 хвилину. За скільки хвилин Сашко дістався від зупинки A до зупинки B ? Відповідь обґрунтуйте.

2. Квадратні тричлени $f(x)$ та $g(x)$ такі, що $\frac{f(2)}{g(2)} = \frac{f(3)}{g(3)} = 2$. Знайдіть $f(1)$, якщо відомо, що $g(1) = 2$, $f(5) = 7$ та $g(5) = 2$. Відповідь обґрунтуйте.

3. Розв'яжіть у натуральних числах рівняння $a^2 - 5b^2 = 8c^2$.

4. Пряма l , що паралельна стороні BC трикутника ABC , перетинає його сторони AB та AC в точках D та E відповідно. Описане коло трикутника ABC перетинає пряму l у точках F та G , причому точки F , D , E та G розташовані на прямій l саме в такому порядку. Описані кола трикутників FEB та DGC перетинаються в точках P та Q . Доведіть, що точки A , P та Q лежать на одній прямій.

5. Задано множину A з $n \geq 5$ елементів. Знайдіть мінімальне k з наступною властивістю: для будь-яких 10 триелементних підмножин A існує розфарбування елементів A у k кольорів таке, що жодна з вибраних триелементних підмножин не містить трьох однокольорових елементів. Відповідь обґрунтуйте.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 3,5 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 22 жовтня).

Апеляція відбудеться 22 жовтня з 15¹⁰ до 17⁰⁰ в ауд. 6-52.

Умови та розв'язки задач олімпіади та результати можна буде знайти в інтернеті за адресою sites.google.com/site/kharkivolimp/