Второй (городской в г. Харькове) этап Всеукраинской
олимпиады школьников по математике. 18 октября 2015 года

7 класс

1. Отличница Маша выписывает числа на доске. Сначала она написала числа 1 и 2, а затем дописывает на доску число, равное модулю разности двух предыдущих чисел. Найдите 2015-е число, записанное Машей. Ответ обоснуйте.

2. Натуральные числа m, n и k таковы, что числа $m+n$, $m+k$ и $n+k$ – простые. Докажите, что среди чисел m, n и k есть равные.

3. Тюбик начертил ломаную, которая пересекает каждое свое звено ровно два раза. Какое наименьшее число звеньев могло быть у такой ломаной? Ответ обоснуйте.

4. У пингвинов Шкипера и Рико есть морозильная камера, в которой лежит 24 порции мороженого. Они по очереди достают и съедают несколько порций, причем каждый может съесть на одну порцию меньше или на одну больше, чем перед этим съел другой (совсем не съесть в свою очередь мороженое нельзя). Шкипер ходит первым и может вначале взять 1 или 2 порции. Он хочет, чтобы после какого-то хода Рико осталось 4 или 14 порций мороженого, которые они договорились отдать своим друзьям Ковальски и Рядовому. Рико же ни с кем делиться не хочет. Сможет ли Шкипер добиться желаемого? Ответ обоснуйте.

5. Сумасшедший математик задумал натуральное число, посчитал его квадрат и выписал одно число следом за другим. Мог ли он получить 100-значное число? Ответ обоснуйте.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.
На выполнение заданий отводится 3,5 часа.
Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная с 20 октября).
Апелляция состоится 21 октября с 15^{30} до 17^{00} в ауд. 6-52.
Условия и решения задач олимпиады можно будет найти в интернете по адресу `sites.google.com/site/kharkivolimp/`

Другий (міський в м. Харкові) етап Всеукраїнської
олімпіади школярів з математики. 18 жовтня 2015 року

7 клас

1. Відмінниця Марійка виписує числа на дошці. Спочатку вона написала числа 1 та 2, а далі дописує на дошку число, що дорівнює модулю різниці двох попередніх чисел. Знайдіть 2015-те число, яке записала Марійка. Відповідь обґрунтуйте.

2. Натуральні числа m, n та k такі, що числа $m+n$, $m+k$ та $n+k$ – прості. Доведіть, що серед чисел m, n та k є рівні.

3. Тюбик накреслив ламану, яка перетинає кожну свою ланку рівно два рази. Яке найменше число ланок могло бути в такої ламаної? Відповідь обґрунтуйте.

4. У пінгвінів Шкіпера і Ріко є морозильна камера, в якій лежить 24 порції морозива. Вони по черзі дістають і з'їдають кілька порцій, причому кожен може з'їсти на одну порцію менше або на одну більше, ніж перед цим з'їв інший (зовсім не з'їсти в свою чергу морозиво не можна). Шкіпер ходить першим і може спочатку взяти 1 або 2 порції. Він хоче, щоб після якогось ходу Ріко залишилося 4 або 14 порцій морозива, які вони домовилися віддати своїм друзям Ковальські й Рядовому. Ріко ж ні з ким ділитися не хоче. Чи зможе Шкіпер домогтися бажаного? Відповідь обґрунтуйте.

5. Божевільний математик задумав натуральне число, знайшов його квадрат та виписав одне число слідом за іншим. Чи міг він отримати 100-цифрове число? Відповідь обґрунтуйте.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.
На виконання завдань відводиться 3,5 години.
Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 20 жовтня).
Апеляція відбудеться 21 жовтня з 15^{30} до 17^{00} в ауд. 6-52.
Умови та розв'язки задач олімпіади можна буде знайти в інтернеті за адресою `sites.google.com/site/kharkivolimp/`