

**10 класс**

1. У Ростика есть ровно столько денег, сколько нужно на покупку тонны кубиков и тонны квадриков. Если он купит на 10% кубиков больше, то ему сделают 30-процентную скидку на квадрики, и оставшихся денег ему хватит на покупку по крайней мере тонны квадриков. А если он купит на 30% квадриков больше, то ему сделают 10-процентную скидку на кубики, и оставшихся денег ему хватит на покупку по крайней мере тонны кубиков. Что дороже и во сколько раз: тонна кубиков или тонна квадриков? Ответ обоснуйте.

2. Произведение трёх целых чисел в 6 раз больше их суммы, а одно из чисел равно сумме двух других. Найдите все такие тройки чисел.

3. Каждая клетка доски  $n \times n$  ( $n \geq 5$ ) покрашена в синий или жёлтый цвет. Никакие три подряд идущие клетки, расположенные в одной горизонтали, одной вертикали или одной диагонали, не покрашены в один и тот же цвет. Докажите, что в любом квадрате  $3 \times 3$  среди угловых клеток ровно две синих и ровно две жёлтых.

4. Дан квадрат  $ABCD$ . Точки  $N$  и  $P$  выбраны на сторонах  $AB$  и  $AD$  соответственно так, что  $NP = NC$ . Точка  $Q$  на отрезке  $AN$  такова, что  $\angle QPN = \angle NCB$ . Докажите, что  $\angle BCQ = \frac{1}{2}\angle AQP$ .

5. Найдите все натуральные числа  $n$ , для которых число  $(8n)! - 4n + 1$  является точным квадратом.

*Каждая задача оценивается в 7 баллов.*

*На выполнение заданий отводится 3,5 часа.*

*Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.*

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная со 2 декабря).

Апелляция состоится 3 декабря с 15<sup>00</sup> до 17<sup>00</sup> в ауд. 6-52.

Условия и решения задач олимпиады можно будет найти в интернете по адресу [sites.google.com/site/kharkivolimp/](http://sites.google.com/site/kharkivolimp/)

**10 клас**

1. У Ростика є рівно стільки грошей, скільки потрібно на купівлю тонни кубиків і тонни квадратиків. Якщо він купить на 10% кубиків більше, то йому зроблять 30-відсоткову знижку на квадрики, і грошей, що залишаться, йому вистачить на купівлю щонайменше тонни квадратиків. А якщо він купить на 30% квадратиків більше, то йому зроблять 10-відсоткову знижку на кубики, і грошей, що залишаться, йому вистачить на купівлю щонайменше тонни кубиків. Що дорожче й у скільки разів: тонна кубиків чи тонна квадратиків? Відповідь обґрунтуйте.

2. Добуток трьох цілих чисел у 6 разів більший за їх суму, а одне з цих чисел дорівнює сумі двох інших. Знайдіть усі такі трійки чисел.

3. Кожна клітинка дошки  $n \times n$  ( $n \geq 5$ ) пофарбована в синій або жовтий колір. Жодні три клітинки, що розташовані поспіль в одній горизонталі, одній вертикалі або одній діагоналі, не пофарбовані в один й той самий колір. Доведіть, що в будь-якому квадраті  $3 \times 3$  серед кутових клітинок рівно дві сині та рівно дві жовті.

4. Дано квадрат  $ABCD$ . Точки  $N$  та  $P$  обрано на сторонах  $AB$  і  $AD$  відповідно таким чином, що  $NP = NC$ . Точка  $Q$  на відрізку  $AN$  є такою, що  $\angle QPN = \angle NCB$ . Доведіть, що  $\angle BCQ = \frac{1}{2}\angle AQP$ .

5. Знайдіть усі натуральні числа  $n$ , для яких число  $(8n)! - 4n + 1$  є точним квадратом.

*Кожна задача оцінюється у 7 балів.*

*На виконання завдань відводиться 3,5 години.*

*Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.*

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 2 грудня).

Апеляція відбудеться 3 грудня з 15<sup>00</sup> до 17<sup>00</sup> в ауд. 6-52.

Умови та розв'язки задач олімпіади можна буде знайти в інтернеті за адресою [sites.google.com/site/kharkivolimp/](http://sites.google.com/site/kharkivolimp/)