

8 класс

1. Ежи перевозил воду, а Петруччо – воздух. Они арендовали один и тот же поезд на три рейса. В каждом рейсе все вагоны поезда были заполнены – в каждом была вода или воздух. В первом рейсе вагонов с водой было вдвое больше, чем вагонов с воздухом, а во втором рейсе – вчетверо меньше. В третьем рейсе вагонов с воздухом было вдвое больше, чем в первом рейсе. Чего перевезено больше – воды или воздуха, и во сколько раз? Ответ обоснуйте.

2. Произведение трёх натуральных чисел в 6 раз больше их суммы, а одно из этих чисел равно сумме двух других. Найдите все такие тройки чисел.

3. Целые числа x, y, z удовлетворяют условию $xy + yz + zx = 1$. Докажите, что число $(1 + x^2)(1 + y^2)(1 + z^2)$ является полным квадратом.

4. В однокруговом волейбольном турнире приняли участие 14 команд (каждая команда сыграла с каждой ровно один раз). *Интересной* назовём команду, выигравшую нечётное число матчей, а *особенной* – команду, выигравшую нечётное число матчей у интересных. Докажите, что число особенных команд чётно. Ничьих в волейболе не бывает.

5. В прямоугольном треугольнике ABC на катете AC выбраны точки D и E , а на катете BC – точки F и G так, что $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC$ и $\angle BAF = \angle FAG = \angle GAC$. Отрезки AF и BD пересекаются в точке K . Докажите, что треугольник EGK – равносторонний.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

На выполнение заданий отводится 3,5 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная со 2 декабря).

Апелляция состоится 3 декабря с 15⁰⁰ до 17⁰⁰ в ауд. 6-52.

Условия и решения задач олимпиады можно будет найти в интернете по адресу sites.google.com/site/kharkivolimp/

8 клас

1. Єжи перевозив воду, а Петруччо – повітря. Вони орендували один і той же потяг на три рейси. У кожному рейсі всі вагони потягу були заповнені – у кожному була вода або повітря. У першому рейсі вагонів з водою було вдвічі більше, ніж вагонів з повітрям, а у другому рейсі – вчетверо менше. У третьому рейсі вагонів з повітрям було вдвічі більше, ніж у першому рейсі. Чого перевезено більше – води чи повітря, й у скільки разів? Відповідь обґрунтуйте.

2. Добуток трьох натуральних чисел у 6 разів більший за їх суму, а одне з цих чисел дорівнює сумі двох інших. Знайдіть усі такі трійки чисел.

3. Цілі числа x, y, z задовольняють умову $xy + yz + zx = 1$. Доведіть, що число $(1 + x^2)(1 + y^2)(1 + z^2)$ є повним квадратом.

4. У волейбольному турнірі в одне коло взяли участь 14 команд (кожна команда зіграла з кожною рівно один раз). *Цікавою* назовемо команду, яка виграла непарну кількість матчів, а *особливою* – команду, яка виграла непарну кількість матчів у цікавих. Доведіть, що кількість особливих команд парна. Нічиїх у волейболі не буває.

5. У прямокутному трикутнику ABC на катеті AC обрано точки D та E , а на катеті BC – точки F та G так, що $\angle ABD = \angle DBE = \angle EBC$ і $\angle BAF = \angle FAG = \angle GAC$. Відрізки AF і BD перетинаються в точці K . Доведіть, що трикутник EGK – рівносторонній.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 3,5 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 2 грудня).

Апелляція відбудеться 3 грудня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰ в ауд. 6-52.

Умови та розв'язки задач олімпіади можна буде знайти в інтернеті за адресою sites.google.com/site/kharkivolimp/