## 11 класс

**1.** В физико-математической школе все ученики сидят за партами по двое. Известно, что у 60% мальчиков сосед по парте мальчик, а у 20% девочек – девочка. Какую часть всех учеников школы составляют девочки? Ответ обоснуйте.

**2.** Числа $x$, $y$ и $z$ таковы, что выполнены равенства

$$x(x-1)+2yz = y(y-1)+2xz = z(z-1)+2xy.$$

Какие значения может принимать величина $(x-y)^2+(y-z)^2+(x-z)^2$? Ответ обоснуйте.

**3.** Может ли натуральное число делиться на все числа от 1 до 2013, кроме каких-то двух последовательных? Ответ обоснуйте.

**4.** В треугольнике $ABC$ проведены высоты $AA_1$ и $BB_1$. На стороне $AB$ выбраны точки $M$ и $K$ так, что $B_1K \parallel BC$ и $A_1M \parallel AC$. Докажите, что угол $AA_1K$ равен углу $BB_1M$.

**5.** Даны $n$ натуральных чисел, каждое из которых не превосходит $m$, и $m$ натуральных чисел, каждое из которых не превосходит $n$. Докажите, что можно выбрать группу чисел из первого множества и группу чисел из второго множества так, что в этих группах суммы чисел будут равны.

*Каждая задача оценивается в 7 баллов.*
*На выполнение заданий отводится 3,5 часа.*
*Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.*

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная с 17 декабря).
Апелляция состоится 17 декабря с $17^{00}$ до $18^{00}$ в ауд. 6-38.
Условия и решения задач олимпиады можно будет найти в интернете по адресу `sites.google.com/site/kharkivolimp/`



## 11 клас

**1.** У фізико-математичній школі всі учні сидять за партами по двоє. Відомо, що у 60% хлопчиків сусід по парті хлопчик, а у 20% дівчаток – дівчина. Яку частину всіх учнів школи складають дівчатка? Відповідь обґрунтуйте.

**2.** Числа $x$, $y$ і $z$ такі, що виконані рівності

$$x(x-1)+2yz = y(y-1)+2xz = z(z-1)+2xy.$$

Яких значень може набувати величина $(x-y)^2+(y-z)^2+(x-z)^2$? Відповідь обґрунтуйте.

**3.** Чи може натуральне число ділитися на всі числа від 1 до 2013, крім якихось двох послідовних? Відповідь обґрунтуйте.

**4.** У трикутнику $ABC$ проведено висоти $AA_1$ і $BB_1$. На стороні $AB$ обрано точки $M$ і $K$ так, що $B_1K \parallel BC$ і $A_1M \parallel AC$. Доведіть, що кут $AA_1K$ дорівнює куту $BB_1M$.

**5.** Дано $n$ натуральних чисел, кожне з яких не перевищує $m$, і $m$ натуральних чисел, кожне з яких не перевищує $n$. Доведіть, що можна обрати групу чисел з першої множини та групу чисел з другої множини так, що у цих групах суми чисел будуть рівні.

*Кожна задача оцінюється у 7 балів.*
*На виконання завдань відводиться 3,5 години.*
*Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.*

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 17 грудня).
Апеляція відбудеться 17 грудня з $17^{00}$ до $18^{00}$ в ауд. 6-38.
Умови та розв'язки задач олімпіади можна буде знайти в інтернеті за адресою `sites.google.com/site/kharkivolimp/`