

9 класс

1. Приведите пример трех различных целых чисел, одно из которых равно сумме двух оставшихся, а другое – произведению двух оставшихся.

2. Между городами A и B ездят автобусы с одинаковыми постоянными скоростями. Автобус, выехавший из A в 9:00, и автобус, выехавший из B в 13:00, встретились на расстоянии 600 км от A . Автобус, выехавший из A в 16:00, и автобус, выехавший из B в полдень, встретились на расстоянии 300 км от A . На каком расстоянии от A встретятся автобусы, выехавшие из A и B в 14:00?

3. Докажите, что для любого $a > 1$ справедливо неравенство

$$\frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} < \frac{1}{a-1}.$$

4. В треугольнике ABC точки P и Q – точки пересечения прямой, параллельной BC и проходящей через вершину A , с биссектрисами внешних углов B и C треугольника соответственно. Перпендикуляр к прямой BP , восстановленный в точке P , и перпендикуляр к прямой CQ , восстановленный в точке Q , пересекаются в точке R . Пусть I – центр вписанной окружности треугольника ABC . Докажите, что $AI = AR$.

5. Аня располагает на клетчатой доске $n \times n$ доминошки (каждая доминошка занимает ровно две клетки доски) так, чтобы они не имели общих точек (доминошки не могут даже касаться друг друга). При каком наименьшем n Ане удастся расположить доминошки так, чтобы они покрыли ровно 2012 клеток доски?

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

На выполнение заданий отводится 3,5 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.

Результаты можно узнать по тел. 707-52-70 (начиная с 19 декабря).

Апелляция состоится 20 декабря с 15⁰⁰ до 17⁰⁰ в ауд. 6-38.

Условия и решения задач олимпиады можно будет найти в интернете по адресу <http://sites.google.com/site/kharkivolimp/>

9 клас

1. Наведіть приклад трьох різних цілих чисел, одне з яких дорівнює сумі двох інших, а друге – добутку двох інших.

2. Між містами A та B їздять автобуси з однаковими постійними швидкостями. Автобус, що виїхав з A о 9:00, і автобус, що виїхав з B о 13:00, зустрілися на відстані 600 км від A . Автобус, що виїхав з A о 16:00, і автобус, що виїхав з B опівдні, зустрілися на відстані 300 км від A . На якій відстані від A зустрінуться автобуси, що виїхали з A та B о 14:00?

3. Доведіть, що для будь-якого $a > 1$ справедлива нерівність

$$\frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} < \frac{1}{a-1}.$$

4. У трикутнику ABC точки P та Q – точки перетину прямої, що проходить через точку A та паралельна BC , з бісектрисами зовнішніх кутів B та C трикутника відповідно. Перпендикуляр до прямої BP , відновлений у точці P , і перпендикуляр до прямої CQ , відновлений у точці Q , перетинаються в точці R . Нехай I – центр вписаного кола трикутника ABC . Доведіть, що $AI = AR$.

5. Аня розташовує на клітчастій дошці $n \times n$ доміношки (кожна доміношка займає рівно дві клітинки дошки) таким чином, щоб вони не мали спільних точок (доміношки не можуть навіть дотикатися одна до одної). При якому найменшому n Ані вдасться розташувати доміношки так, щоб вони покрили рівно 2012 клітинок дошки?

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 3,5 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Результати можна дізнатися за тел. 707-52-70 (починаючи з 19 грудня).

Апелляція відбудеться 20 грудня з 15⁰⁰ до 17⁰⁰ в ауд. 6-38.

Умови та розв'язки задач олімпіади можна буде знайти в інтернеті за адресою <http://sites.google.com/site/kharkivolimp/>