

## Олімпіада з математики ХФМЛ №27, 2020 р., 11 клас

1. Різниця квадратів коренів квадратного тричлена  $2x^2 + 3x + c$  дорівнює 3. Які значення може приймати число  $c$ ?
2. Знайдіть усі такі прості числа  $p$  та  $q$ , що  $7p + q$  та  $pq + 11$  – також прості числа.
3. Відомо, що  $f(n) = \frac{4n + \sqrt{4n^2 - 1}}{\sqrt{2n + 1} + \sqrt{2n - 1}}$ . Чому дорівнює сума  $f(1) + f(2) + \dots + f(2020)$ ?
4. Про арифметичну прогресію, що складається з цілих чисел, відомо, що сума перших шести членів відрізняється від суми наступних шести членів менше, ніж на 450, а сума перших п'яти членів перевищує більше, ніж на 5, суму будь-якого іншого набору різних членів цієї прогресії. Знайдіть перший член цієї арифметичної прогресії.
5. На стороні  $AC$  трикутника  $ABC$  у зовнішню сторону побудовано паралелограм  $ACDE$ . Нехай  $O$  – точка перетину його діагоналей,  $N$  і  $K$  – середини сторін  $BC$  і  $BA$  відповідно. Доведіть, що прямі  $DK$ ,  $EN$  і  $BO$  перетинаються в одній точці.
6. У Шона та Роми є по однаковій стрічці зі 101 клітинки. Фішка може рухатись по стрічці або на будь-яку парну кількість клітин уперед, або на будь-яку непарну кількість клітин назад. Шон спочатку поставив свою фішку на 1-у клітину своєї стрічки, а Рома – на 51-у. Вони хочуть обійти фішками усі клітинки стрічки по одному разу. В кого більша кількість способів це зробити?