

Олімпіада з математики ХФМЛ №27, 2020 р., 8 клас

1. Від голови до хвоста зебри Зу – 360 смужок однакової товщини. Мурахи Бу та Пу поповзли від голови Зу до її хвоста. Одночасно з ними мураха Шу поповзла від хвоста до голови. Мураха Бу повзе вдвічі швидше за мурашу Пу. До зустрічі з мурахою Шу Бу пододала рівно 180 смужок. Скільки смужок пододала мураша Пу перед тим, як зустрічатися з мурахою Шу?
2. Карлсон розрізав прямокутний торт двома прямолінійними розрізами, що паралельні сторонам торта, на чотири куски. Маса найбільшого шматочка разом з найменшим шматочком виявилася рівною масі двох інших шматочків торта. Доведіть, що один з розрізів пройшов через центр торта.
3. На гіпотенузі AB прямокутного трикутника ABC відмітили точки D і E таким чином, що $AD = AC$ і $BE = BC$. З точки D опущено перпендикуляр DF на пряму CE . Доведіть, що $DF = CF$.
4. У кожну клітинку дошки 8×8 записали по числу. Виявилось, що сума чисел у будь-якому куточку з чотирьох клітинок одна й та сама. Доведіть, що в лівій нижній та правій верхній клітинках дошки стоять однакові числа.
5. Знайдіть усі натуральні числа a , b та прості числа p , що задовольняють рівність: $a^3 - b^3 = 4p^2$.