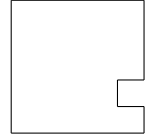


Олимпиада по математике ХФМЛ 27, 2018 г., 8 класс

1. Из большого квадрата вырезали маленький квадратик (см. рисунок). Оказалось, что периметр получившейся фигуры на 10% больше периметра исходного квадрата. На сколько процентов площадь получившейся фигуры меньше площади исходного квадрата?



2. Незнайка похвастался, что придумал четырехзначное число, произведение цифр которого в 25 раз больше их суммы. Не ошибся ли Незнайка?

3. Пусть AD – биссектриса треугольника ABC , в котором $\angle BAC = 2\angle ACB$. Точки M и N – середины отрезков AC и BD соответственно. Оказалось, что $\angle BAC = 2\angle MNC$. Найдите углы треугольника ABC .

4. Клетки доски 2018×27 (2018 строк и 27 столбцов) покрашены в шахматном порядке. Фигура лягушка, стоящая на доске, может побить те клетки своей строки, которые имеют тот же цвет, что и клетка, на которой она стоит, а также те клетки своего столбца, которые имеют противоположный цвет. При этом, чтобы побить клетку, одна лягушка может перепрыгивать через другую. Какое максимальное количество лягушек, не бьющих друг друга, можно расставить на этой доске?

5. Найдите все натуральные числа $n > 2$, такие, что $n = a^3 + b^3$, где a – наименьший натуральный делитель числа n , отличный от 1, а b – какой-то натуральный делитель числа n .