

Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики. 2020 рік. 9 клас. 1 тур

1. Знайдіть усі натуральні n , a та прості p , для яких виконується рівність $2a^2 + 3a - 44 = 3p^n$.
2. Два гравці по черзі записують числа в клітинки таблиці 19×19 . За один хід можна вписати 0 або 1 у будь-яку порожню клітинку. Після того, як усі клітинки будуть заповнені, вони підраховують суми чисел у кожному рядку та кожному стовпчику. Нехай A – найбільша (або одна з найбільших) із сум у рядках, B – найбільша (або одна з найбільших) із сум у стовпчиках. Якщо $A \geq B$, то виграє перший, якщо ж $A < B$, то виграє другий. Хто з гравців має вигравну стратегію в цій грі?
3. Різні числа a і b такі, що рівняння $x^2 + ax + 1 = 0$ і $x^2 + bx + a = 0$ мають спільний дійсний корінь. Крім того, спільний дійсний корінь мають рівняння $x^2 + x + b = 0$ і $x^2 + ax + 1 = 0$. Знайдіть числа a та b .
4. У рівнобічній трапеції точка O – середина її основи AD . Коло ω з центром у точці O та радіусом OB дотикається прямої AB . Нехай K – точка перетину відрізка AC з колом ω ($K \neq C$). Нехай M така точка, що $ABCM$ є паралелограмом. Описане коло трикутника CMD перетинає відрізок AC у точці L ($L \neq C$). Доведіть, що $AK = CL$.