

Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики. 2020 рік. 8 клас. 1 тур

- 1.** Знайдіть найменше натуральне число n , для якого дроби $\frac{3n+9}{8}, \frac{3n+10}{9}, \frac{3n+11}{10}, \dots, \frac{3n+49}{48}$ є нескоротними.
- 2.** З клітчастого квадрата 11×11 вирізали 17 клітчастих прямокутників розміром 1×6 . Доведіть, що центральна клітинка квадрата не могла бути вирізана.
- 3.** Задано трикутник ABC , в якому $AB > AC$. На його стороні AB вибрано точку Q так, що $BQ = AC$. Коло ω проходить через точку Q та дотикається прямої AC у точці A . Нехай X – друга точка перетину ω з описаним колом трикутника ABC . Доведіть, що пряма XA є бісектрисою зовнішнього кута при вершині A трикутника ABC .
- 4.** Послідовність F_1, F_2, F_3, \dots чисел Фібоначчі визначена наступним чином: $F_1 = F_2 = 1$ та $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$ для всіх $n \geq 1$. Доведіть, що для будь якого $m \geq 1$ виконується нерівність

$$\frac{1}{F_1F_3} + \frac{1}{F_2F_4} + \frac{1}{F_3F_5} + \frac{1}{F_4F_6} + \dots + \frac{1}{F_mF_{m+2}} < 1.$$