

Харківська обласна олімпіада з математики, 7 клас, 2020 р.

I тур

1. У двох країнах А та В проходила олімпіада з математики. В обох країнах вона розпочиналася о 10:00 за місцевим часом та тривала один і той же час. При цьому у країні А вона розпочалася на 2 години раніше, ніж завершилася в країні В, а завершилася на 8 годин пізніше, ніж розпочалася у країні В. Скільки часу відводилося учасникам на розв'язування задач олімпіади?
2. Розріжте квадрат 8×8 по лініях сітки на три фігури так, щоб площа першої фігури була найбільшою, а площа третьої – найменшою, при цьому периметр першої фігури повинен бути найменшим, а периметр третьої – найбільшим?
3. Відомо, що команда після x своїх ігор в чемпіонаті мала рівно $n\%$ перемог, де n – ціле число. При якому найменшому x могло так статися, що після $(x+1)$ -ї гри в неї стало рівно $(n+1)\%$ перемог?
4. У місті лицарів та брехунів 366 мешканців, причому всі вони народилися в різні дні року. Після перепису населення надрукували звіт, у якому було вказано, що на запитання «Чи народилися ви в січні?» ствердно відповіли 77 людей, а на запитання «Чи народилися ви 30-го числа?» ствердно відповіли 60 людей. Чи може бути правдою все, що вказано в звіті?

II тур

1. У Гогварці навчається 500 учнів. Відомо, що 40% з хлопців любить грати у квідич, а 30% дівчат – не любить. Всього 46,8% учнів не любить грати у квідич. Знайдіть кількість дівчат, які люблять грати у квідич.
2. Всередині рівнобедреного трикутника ABC з основою BC обрано точку D таку, що $\angle DCB = \angle DBC = 30^\circ$. На відрізку BD знайшлась така точка E , що $AD = DE$. Доведіть, що $AB = CE$.
3. У Роми був клітчастий прямокутник розміром $a \times b$. Рома зробив з цього прямокутника циліндр, склеївши дві його сторони довжиною b . Тепер Рома хоче вирізати з цього циліндра

декілька фігурок, зображеніх на малюнку:  (фігурку можна повернати та перевертати). Яку найбільшу кількість фігурок зможе вирізати Рома, якщо

- a) $a = 10$ та $b = 5$;
- б) $a = 11$ та $b = 5$?

4. Математики П'єр та Блез задумали по простому числу й повідомили їх Рене. Подумавши, Рене сказав, що сума цих чисел ділиться на їх різницю й поцікавився, чи здогадалися П'єр та Блез про числа один одного. Обидва одночасно відповіли «Ні». Назвіть числа, що були задумані.