

## Областная олимпиада юных математиков, 7 класс, 2018 г.

### I тур

1. Андрій написав чотирицифрове число. Олеся викреслила в ньому останню цифру і виявилось, що різниця початкового і отриманого чисел дорівнює 2018. Яке число написав Андрій? Вкажіть усі можливі відповіді та обґрунтуйте їх.
2. Відомо, що книжкова полиця вміщає 9 однакових товстих книг, але 10-та книга вже не влазить. Так само на неї можна поставити 15 однакових тонких книг, а 16-та вже не влізе.
  - а) Чи завжди на полиці помістяться 6 товстих та 5 тонких книг?
  - б) Чи можливо, щоб на полиці помістилися одночасно: 7 товстих та 5 тонких книг? Відповідь обґрунтуйте.
3. На конференцію приїхали по декілька представників фірм-конкурентів по виробництву гри "Overwatch", при цьому, усі представники різних фірм є конкурентами. Відомо, що у кожного учасника конференції рівно 2018 конкурентів серед усіх інших учасників. Яка найбільша кількість учасників могла брати участь в конференції? Відповідь обґрунтуйте.
4. Всередині трикутника  $ABC$  обрано точку  $P$  так, що  $BC = AP$  та  $\angle APC = 180^\circ - \angle ABC$ . На стороні  $AB$  існує точка  $K$ , для якої  $AK = KB + PC$ . Доведіть, що  $\angle AKC = 90^\circ$ .

### II тур

1. Учитель написав на досці натуральне число  $N$ , состоящее из 19 цифр. Школьники поочередно подходят к доске и выписывают новые числа. Первый школьник пишет число, полученное из  $N$  перестановкой двух его первых цифр. Второй – число, полученное из  $N$  перестановкой второй и третьей его цифр. Третий – число, полученное из  $N$  перестановкой третьей и четвертой его цифр. И т. д. Наконец, восемнадцатый школьник пишет число, полученное из  $N$  перестановкой двух его последних цифр. Оказалось, что все школьники, кроме одного, получили числа, большие, чем  $N$ . Какое число учитель написал на доске?
2. Разрежьте квадрат на несколько прямоугольников так, чтобы у каждого прямоугольника было ровно четыре соседних прямоугольника. *Прямоугольники называются соседними, если у них больше одной общей точки.*
3. Какое наибольшее количество натуральных чисел от 1 до 100 можно выбрать так, чтобы для любых двух различных выбранных чисел ни их произведение, ни их сумма не делились на 100?
4. Соня хочет отметить несколько клеток доски  $2018 \times 2018$  таким образом, чтобы на каждой диагонали (включая одноклеточные) было отмечено нечётное число клеток. Сможет ли Соня это сделать?