

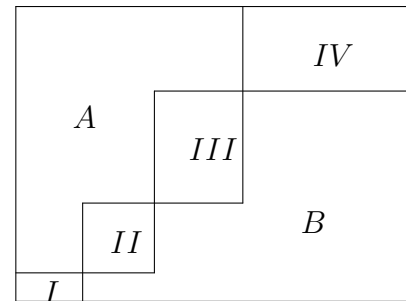
Областная олимпиада юных математиков, 7 класс, 2017 г.

I тур

1. На дощці записують послідовність цифр за таким правилом: якщо останні цифри, записані на дощці, дорівнюють a та b , то за ними записується остання цифра добутку ab . Наприклад, якщо спочатку записані 1, 8, то далі послідовність продовжується таким чином: 1, 8, 8, 4, ... Знайдіть 2017-ту виписану цифру послідовності, якщо вона почалася з цифр 3, 4.

2. У компанії друзів кожному подобалася або математика, або інформатика. Відомо, що ті, кому подобалась математика, мали середній вік 15 років, а ті, кому подобалась інформатика, мали середній вік 25 років. Одного дня Андрійкові перестала подобатись інформатика, та стала подобатись математика. Внаслідок цього середній вік тих, кому подобалась інформатика, а також тих, кому подобалась математика, став більшим на 1. З'ясуйте, скільки всього було друзів у цій компанії та наведіть відповідний приклад, що така ситуація можлива.

3. Прямокутник з периметром 2016 розрізаний на чотири прямокутники I , II , III , IV , а також дві області A та B , як це зображено на рисунку. Периметри прямокутників відносяться як $P_I : P_{II} : P_{III} : P_{IV} = 1 : 3 : 5 : 7$. Чому дорівнює сума периметрів фігур A та B ?



4. У чемпіонаті з гандболу взяли участь 8 команд. За перемогу нараховується 2 очки, за нічию – 1 очко, за поразку очок не нараховується. Чемпіонат проходив в одне коло, тобто кожна команда зіграла з кожною рівно один раз. При цьому грали кожного дня по турах, тобто у кожному турі грали усі команди, що були розбиті на пари. Після туру публікувалася таблиця, де команди розставлялися по місцях (з 1-го по 8-е) відповідно набраних очок. Команди, що на даний момент або наприкінці турніру набрали однакову кількість очок, розподіляються по місцях по додаткових показниках (особиста зустріч, різниця м'ячів тощо). В деякий момент після чергового туру виявилось, що усі команди набрали різну кількість очок. Чи зможе наприкінці чемпіонату посісти перше місце команда, що у той момент була на 8-му місці?

II тур

1. Во время областной олимпиады по математике Артём решил спросить у дежурных который час. В аудитории было четверо дежурных, которые назвали ему такое время: 13 : 54, 13 : 57, 14 : 02, 14 : 03. Известно, что у одного из дежурных часы ошибались на 2 минуты, у второго – на 3 минуты, у третьего – на 4 минуты, а у четвертого – на 5 минут, но неизвестно, у кого из дежурных на сколько. Помогите Артёму установить точное время.

2. Художник Тюбик рисует прямые на плоскости. Он хочет нарисовать как можно больше прямых так, чтобы каждая из них пересекалась ровно с четырьмя другими. Нарисуйте, как он может это сделать. Не забудьте объяснить, почему количество нарисованных вами прямых – наибольшее.

3. Имеется квадрат 10×10 . Сколько существует способов разрезать его по линиям сетки на пять прямоугольников таким образом, чтобы стороны одного из этих прямоугольников не лежали на сторонах исходного квадрата? Способы, отличающиеся поворотами и переворотами квадрата, считаются разными.

4. Учитель написал на доске натуральное число. Он по очереди вызывает школьников к доске и они записывают число, равное количеству натуральных делителей предыдущего написанного числа. Учитель прекращает вызывать школьников, когда на доске оказывается два одинаковых числа. К концу урока на доске оказались выписаны по крайней мере пять чисел и не нашлось двух точных квадратов, записанных подряд. Докажите, что на доске есть число, равное степени четвёрки.