

## Областная олимпиада юных математиков, 7 класс, 2014 г.

### I тур

1. Известно, что в понедельник Настя добиралась на автомобиле на работу больше одного часа. Также известно, что в течение каждого часа движения средняя скорость ее автомобиля равнялась 80 км/ч. Могла ли средняя скорость автомобиля на протяжении всего пути равняться 100 км/ч?
2. У Олеси есть бесконечное количество цифр 3 и ровно одна цифра 4. Она хочет составить число, которое делилось бы на максимально возможное количество чисел из множества  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ . Какое наименьшее число может составить Олеся, если в него обязательно должна входить цифра 4?
3. В клетки доски  $8 \times 8$  можно ставить звездочки (не больше одной звездочки в клетку) так, чтобы в каждой строке, каждом столбце и каждой диагонали было не больше четырех звездочек. Какое максимальное количество звездочек можно поставить на доску при таких условиях?
4. В четырехугольнике  $ABCD$  выполнено условие  $AD = AB + CD$ . Биссектрисы углов  $BAD$  и  $ADC$  пересекаются в точке  $P$ , лежащей внутри четырехугольника  $ABCD$ . Докажите, что  $BP = CP$ .

### II тур

1. Разрежьте квадрат  $4 \times 4$  по линиям сетки на 9 прямоугольников так, чтобы равные прямоугольники не соприкасались ни сторонами, ни вершинами.
2. На складе находилось 25 белых стеклянных чашек и 35 черных фарфоровых. Каждая стеклянная чашка при падении разбивается на 7 осколков, а каждая фарфоровая – на 8 осколков. Сторож перекрасил несколько стеклянных чашек в черный цвет, а несколько фарфоровых – в белый, после чего случайно разбил все чашки. Могло ли образоваться одинаковое количество белых и черных осколков?
3. Сережа покрасил все целые числа в несколько цветов так, что числа, разность которых является простым числом, покрашены в разные цвета. Какое наименьшее число цветов могло быть использовано?
4. В клубе 30 джентльменов. У каждого джентльмена есть шляпа. Однажды каждый джентльмен отправил свою шляпу какому-то другому джентльмену (джентльмен мог получить более одной шляпы). Докажите, что можно выбрать 10 джентльменов так, чтобы ни один из них не отправлял другому шляпу.