

### Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики. 2019 рік. 9 клас. 3 тур

1. Коло, що проходить через вершини  $B$  та  $C$  трапеції  $ABCD$ , перетинає бічні сторони  $AB$  та  $CD$  у точках  $X$  та  $Y$  відповідно та дотикається  $AD$  у точці  $K$ . Виявилось, що  $\angle BKC = 50^\circ$  та  $\angle ABK = \angle KDC$ . Знайдіть  $\angle XKY$ .
2. Знайдіть усі такі прості числа  $p$  та  $q$ , що  $12p + 1$  ділиться на  $q$ , а  $12q - 1$  ділиться на  $p$ .
3. На площині відмічено 100 точок, жодні три з яких не лежать на одній прямій. Одна з цих точок жовта, а решта сині. Трикутник з вершинами в синіх точках називається *гарним*, якщо жовта точка знаходиться всередині нього. Чи може виявитися, що кількість гарних трикутників становить не менше половини від загальної кількості трикутників з вершинами в синіх точках?
4. Нехай  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – дійсні числа. Доведіть, що існує таке дійсне число  $y$ , що

$$\{y - x_1\} + \{y - x_2\} + \dots + \{y - x_n\} \leq \frac{n-1}{2}.$$