

**Відбір на Всеукраїнську олімпіаду з математики
2015 рік. 8 клас. 3 тур**

1. Для яких натуральних n квадрат $n \times n$ можна покрити прямокутниками 1×4 , можливо у декілька шарів? Покрити у декілька шарів уданому випадку означає, що кожна комірка 1×1 покрита однаковою кількістю прямокутників. Жоден прямокутник не повинен виходити за межі дошки.

2. На круглому треку одночасно в одному напрямі почали рух з постійними але попарно різними швидкостями $n \geq 3$ велосипедистів. У одного з них є фляга з водою. У момент, коли відбувається зустріч двох велосипедистів, у одного з яких фляга, відбувається миттєва передача цієї фляги другому велосипедисту. Відомо, що зустріч трьох велосипедистів в одній точці неможлива.

а) Чи може так трапитись, що існують два велосипедисти, до яких фляга жодного разу не потрапить, як довго б не їздили велосипедисти?

б) Чи може так трапитись, що існує один велосипедист, до якого фляга жодного разу не потрапить, як довго б не їздили велосипедисти?

3. Розв'яжіть у простих числах p, q, r рівняння:

$$pqr + 1 = 2^{q^2+1}.$$

4. Точка P лежить всередині трикутника ABC і задовольняє умові $\angle ABP = \angle PCA$, точка Q така, що $PBQC$ – паралелограм. Доведіть, що $\angle QAB = \angle CAP$.

На виконання завдання відводиться 4 години
Кожна задача оцінюється в 7 балів

22 лютого 2015 року