

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2015 год. 8 класс. 2 тур

1. В восьмом классе в начале года учились 25 человек. Любитель социологических исследований Егор посчитал процент отличников в своем классе. В течение года в класс пришли семеро новеньких. После этого Егор снова посчитал процент отличников. Новое число получилось на 10 больше старого. Сколько теперь в этом классе отличников?

2. Дан треугольник ABC , в котором $BC = 2AB$. Точка D – середина стороны BC , точка K – середина отрезка BD . Докажите, что $AC = 2AK$.

3. Найдите все целые числа x , y и простые p , для которых выполнено равенство

$$x^2 - 3xy + p^2y^2 = 12p.$$

4. В стране n городов, некоторые из которых соединены беспосадочными авиалиниями (действующими в обоих направлениях). Ни один город не соединен прямыми авиарейсами со всеми остальными. Оказалось, что для любых двух городов существует единственный способ добраться из одного в другой, сделав не более одной пересадки. Докажите, что $n - 1$ – точный квадрат.