

Отбор на Всеукраинскую олимпиаду по математике. 2013 год. 9 класс. 1 тур

1. $P(x)$ — квадратный трехчлен. Какое наибольшее количество членов, равных сумме двух предыдущих, может быть в последовательности $P(1), P(2), P(3), \dots$?
2. Найдите все такие простые числа p , что ни при каком натуральном n число $n^{n+1} + (n+1)^n$ не делится на p .
3. В баскетбольном турнире участвуют 18 команд. Каждая команда играет по одному матчу с каждой другой командой; ничьих в баскетболе не бывает. Докажите, что по окончании турнира обязательно найдутся три такие команды, что каждая из остальных команд проиграла в турнире по крайней мере одной из этих трех.
4. Треугольник ABC вписан в окружность ω . Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке D , а окружность ω в точке L . Точка M — середина стороны BC . Описанная окружность треугольника ADM пересекает стороны AB и AC в точках Q и P отличных от A . Точка N — середина отрезка PQ , точка H — основание перпендикуляра, опущенного из точки L на прямую ND . Докажите, что прямая ML касается описанной окружности треугольника NMH .