

Олимпиада по математике ХФМЛ №27, 2019 г., 8 класс

1. Числа a и b удовлетворяют равенству $\frac{2a}{a+b} + \frac{b}{a-b} = 2$. Какие значения может принимать выражение $\frac{3a-b}{a+5b}$?
2. Семья состоит из Александра, его жены Ольги и троих детей Ростика, Гели и Соломии. Известно, что вчера вечером было выполнено следующее:
- а) если Александр смотрел телевизор, то и Ольга его смотрела;
 - б) из Гели и Соломии хотя бы одна смотрела телевизор;
 - в) ровно один из Ольги и Ростика его смотрел;
 - г) Ростик и Геля либо оба смотрели, либо оба не смотрели телевизор;
 - д) если Соломия смотрела телевизор, то Александр и Геля тоже его смотрели.
- Кто смотрел и кто не смотрел телевизор вчера вечером?
3. Найдите все целые числа a и b , для которых выполнено равенство $a^2b + b^2 = a^3$.
4. Женя и Рома играют в следующую игру: они по очереди закрашивают клетки доски 10×11 . Женя ходит первым и каждым своим ходом должен закрасить две клетки, которые имеют хотя бы одну общую вершину. Рома каждым своим ходом закрашивает любую клетку. Два раза закрашивать одну и ту же клетку нельзя, проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выиграет при правильной игре?
5. В треугольнике ABC угол C – прямой. На стороне AC нашлась такая точка D , а на отрезке BD – такая точка K , что $\angle ABC = \angle KAD = \angle AKD$. Докажите, что $BK = 2DC$.