

11 класс

1. В классе 32 ученика, которые разбиты на три группы: физики, химики и математики. Каждый ученик класса учится ровно в одной из групп, а каждая группа содержит хотя бы одного ученика. Каждый день ровно 6 человек дежурят после уроков. В один из дней учитель заметил, что дежурит ровно $1/2$ физиков, $1/4$ химиков и $1/8$ математиков класса. Сколько учеников в каждой из групп? Ответ обоснуйте.

2. Точки A , B и C – центры трёх граней прямоугольного параллелепипеда, имеющих общую вершину. Длины сторон треугольника ABC равны 4, 5 и 6. Найдите объём параллелепипеда. Ответ обоснуйте.

3. Для непостоянной арифметической прогрессии $\{a_n\}$ существует такое натуральное $n > 1$, что

$$a_n + a_{n+1} = a_1 + \dots + a_{3n-1}.$$

Докажите, что в этой прогрессии нет нулевых членов.

4. Разбиением числа n называется неубывающая последовательность натуральных чисел, сумма которых равна n (например, $(2; 3; 4)$, $(1; 2; 2; 2; 2)$ и (9) – разбиения числа 9). Разбиение натурального числа будем называть *чётным*, если все элементы этого разбиения чётные. Аналогично, будем называть разбиение *нечётным*, если все его элементы нечётны. Найдите все натуральные числа n , для которых количество чётных разбиений числа n равно количеству нечётных разбиений числа n . Ответ обоснуйте.

5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты CD и AE . Точки F и G – проекции A и C на прямую DE соответственно, H и K – проекции D и E на прямую AC соответственно. Прямые HF и KG пересекаются в точке P . Докажите, что прямая BP делит отрезок DE пополам.

Каждая задача оценивается в 7 баллов.

На выполнение заданий отводится 3,5 часа.

Пользоваться калькуляторами, мобильными телефонами и другими электронными устройствами запрещается.

Условия и решения задач олимпиады и результаты участников можно узнать по адресу sites.google.com/site/kharkivolimp/

Апелляция состоится 28 октября с 15¹⁵ до 17⁰⁰ в ауд. 6-52.

11 клас

1. У класі 32 учні, які розбиті на три групи: фізики, хіміки та математики. Кожен учень класу навчається рівно в одній з груп, а кожна група містить хоча б одного учня. Кожен день рівно 6 людей чергують після уроків. Одного дня вчитель помітив, що чергує рівно $1/2$ фізиків, $1/4$ хіміків і $1/8$ математиків класу. Скільки учнів у кожній з груп? Відповідь обґрунтуйте.

2. Точки A , B та C – центри трьох граней прямокутного паралелепіпеда, що мають спільну вершину. Довжини сторін трикутника ABC дорівнюють 4, 5 та 6. Знайдіть об'єм паралелепіпеда. Відповідь обґрунтуйте.

3. Для несталі арифметичної прогресії $\{a_n\}$ існує таке натуральне $n > 1$, що

$$a_n + a_{n+1} = a_1 + \dots + a_{3n-1}.$$

Доведіть, що в цій прогресії немає нульових членів.

4. Розбиттям числа n називається неспадна послідовність натуральних чисел, сума яких дорівнює n (наприклад, $(2; 3; 4)$, $(1; 2; 2; 2; 2)$ та (9) – розбиття числа 9). Розбиття натурального числа будемо називати *парним*, якщо всі елементи цього розбиття парні. Аналогічно, будемо називати розбиття *непарним*, якщо всі його елементи непарні. Знайдіть усі натуральні числа n , для яких кількість парних розбиттів числа n дорівнює кількості непарних розбиттів числа n . Відповідь обґрунтуйте.

5. У гострокутному трикутнику ABC проведені висоти CD та AE . Точки F та G – проекції A та C на пряму DE відповідно, H та K – проекції D та E на пряму AC відповідно. Прямі HF та KG перетинаються в точці P . Доведіть, що пряма BP ділить відрізок DE навпіл.

Кожна задача оцінюється у 7 балів.

На виконання завдань відводиться 3,5 години.

Користуватися калькуляторами, мобільними телефонами та іншими електронними пристроями забороняється.

Умови та розв'язки задач олімпіади та результати учасників можна знайти за адресою sites.google.com/site/kharkivolimp/

Апелляція відбудеться 28 жовтня з 15¹⁵ до 17⁰⁰ в ауд. 6-52.